

NOM :

Prénom :

Devoir de rentrée

(calculatrice interdite)

Compléter les et les blancs laissés sur la feuille (aucune justification n'est demandée)

1) Calculs

$(10^5)^2 \times 0,0001 = 10^{\dots}$

$\frac{2^a \times 6^b}{3^c \times 8^d} = 2^{\dots} \times 3^{\dots}$

$4^n + 4^n + 4^n + 4^n = 4^{\dots}$

$\frac{16}{2\sqrt{2}} = \dots\sqrt{2}$

$\sqrt{169} + \sqrt{12} + \sqrt{3} = \dots + \dots\sqrt{3}$

$\frac{10}{35} + \frac{24}{28} = \dots$ (fraction irréductible)

$\left(\frac{2x}{4x+2} - \frac{1}{2x+1}\right) \div \frac{9}{6x+3} = \dots$

$\ln\left(\frac{a^4}{b^2}\right) = \dots\ln(a) \dots\ln(b)$

$|x-5| \leq 4 \Leftrightarrow x \in [\dots]$

$||x+4|-2| = 3 \Leftrightarrow x = \dots$

2) Valeurs numériques

Valeurs exactes : $e^{4\ln 2} = \dots$

$\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \dots$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \dots$

$\sin(2\pi) = \dots$

$\binom{6}{5} = \dots$

$\binom{4}{2} = \dots$

$11^0 = \dots$

Valeurs approchées à 0,1 près : $e \approx \dots$

$\ln 2 \approx \dots$

$\sqrt{2} \approx \dots$

$\frac{\pi}{4} \approx \dots$

3) Formules remarquables : $(a, b, x) \in \mathbb{R}^3$ $(n, p) \in \mathbb{N}^2$

$(x-4)^2 = \dots$

Si $x \neq 1$, $1+x+x^2+\dots+x^n = \dots$

$(a+b)^3 = \dots$

Si $x = 1$, $1+x+x^2+\dots+x^n = \dots$

$\cos(a-b) = \dots$

$\binom{n+1}{p+1} = \binom{\quad}{\quad} + \binom{\quad}{\quad}$

$\sin(a+b) = \dots$

4) Polynômes

$x^2 - 5x + 6 > 0 \Leftrightarrow \dots$

Factoriser : $x^2 + x - 6 = \dots$

Compléter : $x^3 - 8 = (x-2)(\quad)$

5) Inégalités Soit $(a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4$ tels que $a < b$ et $0 < c < d$

Entourer les affirmations forcément exactes et barrer les affirmations potentiellement fausses

$a - c < b - d$

$a^3 < b^3$

$\ln c < \ln d$

$\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

$\cos c < \cos d$

$ac < bd$

6) Système

Le système $\begin{cases} 2x + y + 3z = 14 \\ x - 2y + 4z = 12 \\ 4x + 5y - 3z = 4 \end{cases}$ a pour solution

7) Dénombrement/Probabilités

a) Dans une classe de 38 élèves, 20 étudient l'allemand et 15 étudient l'espagnol dont 6 qui font de l'allemand et de l'espagnol. Combien d'élèves n'étudient ni l'allemand ni l'espagnol ?

b) On lance 3 fois de suite un dé à 6 faces non truqué. Calculer la probabilité d'obtenir :

3 numéros pairs : Au moins une fois le n°2 : exactement une fois le n°4 :

c) On tire successivement et sans remise 2 cartes dans un jeu de 32 cartes.

i) La probabilité de tirer 2 rois est (inutile de simplifier la réponse)

ii) Sachant que la première carte est le roi de cœur, la probabilité de tirer 2 coeurs est

8) Variables aléatoires

a) La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau ci-contre

x_i	0	2	3	4	6
$P(X=x_i)$	0,1	0,3	0,2	0,3	

Compléter le tableau et calculer $E(X) = \dots\dots\dots$ et $V(X) = \dots\dots\dots$

Calculer $P_{X>1}(X = 2) = \dots\dots\dots$ et $P_{X\geq 3}(X \leq 4) = \dots\dots\dots$

b) On lance 40 fois de suite dans des conditions identiques une pièce non truquée. On note Y le nombre de Faces obtenus. La loi de Y est

$P(Y = 10) = \dots\dots\dots$ $E(Y) = \dots\dots\dots$ $V(Y) = \dots\dots\dots$

9) Suites

a) Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ une suite géométrique de raison 3 telle que $u_7 = 2$ alors $u_{10} = \dots\dots\dots$

b) Soit $(v_n)_{n\geq 0}$ une suite arithmétique telle que $v_4 = 10$ et $v_9 = 18$. La raison de la suite est et $v_0 = \dots\dots\dots$

c) Soit $(g_n)_{n\geq 0}$ une suite géométrique de raison $q \in \mathbb{R}$. Alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} g_n = 0 \Leftrightarrow q \in \dots\dots\dots$

d) Barrer les affirmations fausses et entourer les affirmations exactes :

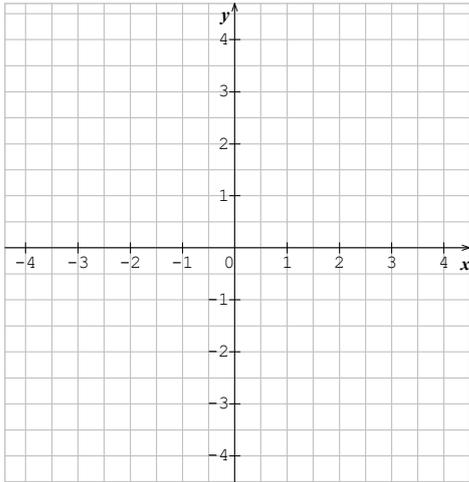
Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$, alors $(u_n)_{n\geq 0}$ est décroissante Si $(u_n)_{n\geq 0}$ est croissante et majorée, alors elle converge

Si $(u_n)_{n\geq 0}$ est monotone alors elle a une limite (finie ou infinie) Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$ alors la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est bornée

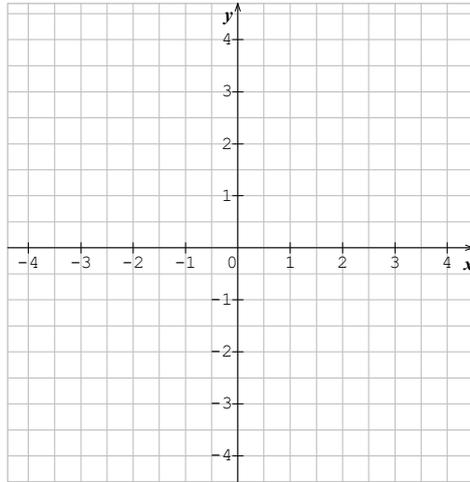
10) Récurrence : On définit une suite par $u_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + 2n + 2$. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = n^2 + n + 3$

11) Représentation graphiques : Donner l'allure des représentations graphiques des fonctions suivantes

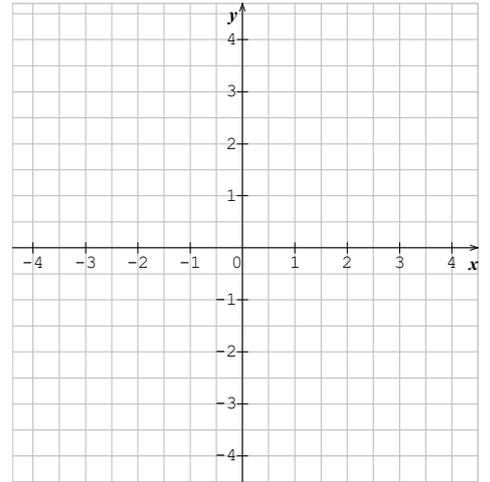
$$a : x \mapsto (x-3)^2$$



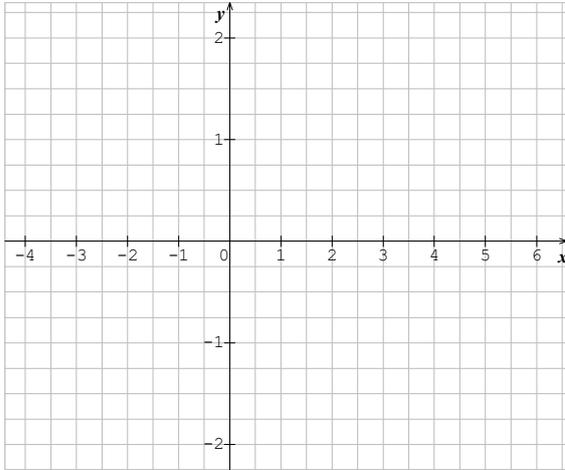
$$b : x \mapsto -\frac{1}{x}$$



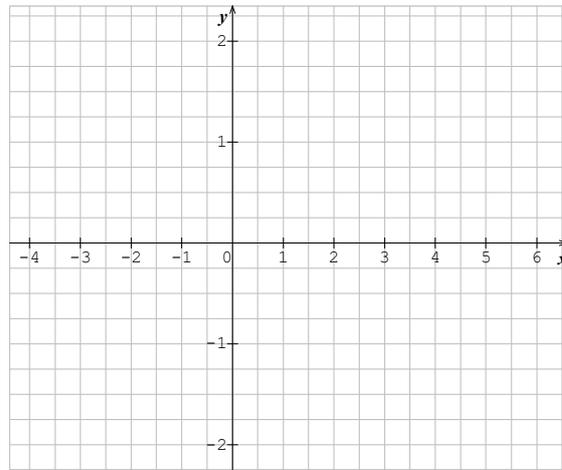
$$c : x \mapsto \sqrt{x} - 1$$



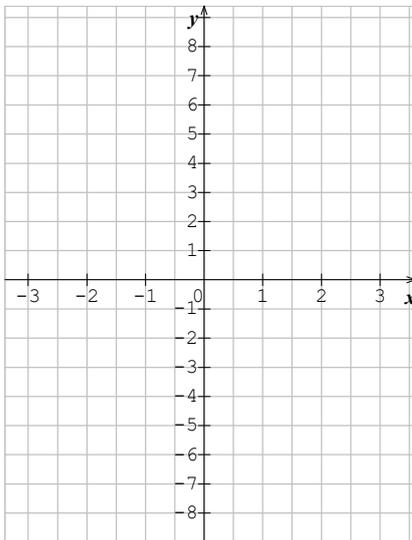
$$d : x \mapsto \sin x$$



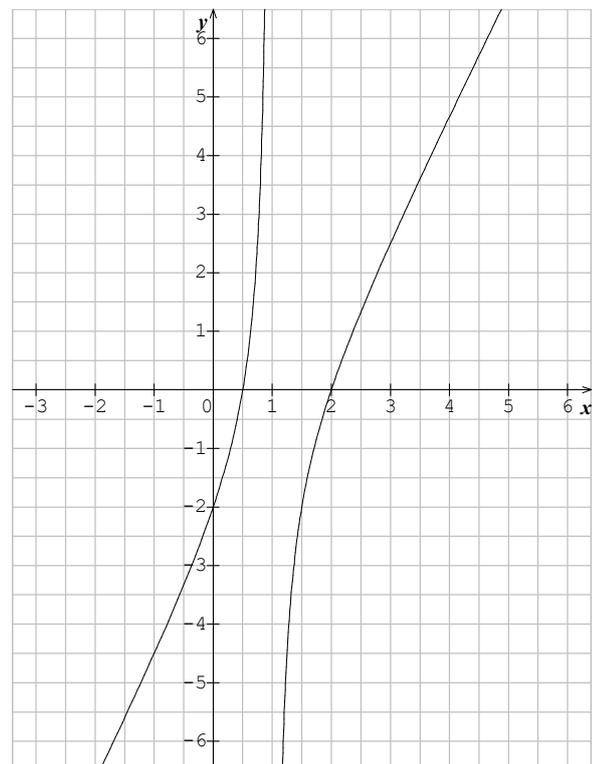
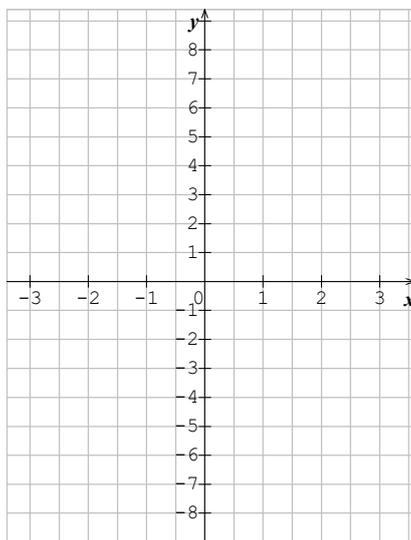
$$e : x \mapsto \ln x$$



$$g : x \mapsto e^{-x}$$



$$h : x \mapsto x^3$$



On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f

L'ensemble de définition de f semble être $D_f = \dots\dots\dots$

Les deux asymptotes à la courbe représentative ont pour équations
 $\dots\dots\dots$ et $\dots\dots\dots$

Donner une valeur approchée $\int_2^4 f(x) dx \approx$

12) Limites

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x + 3 + \frac{2}{x} = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} e^x + \ln x = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{1}{x}\right) = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3} = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{\sqrt{x}} = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3}{x - 5} = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x^2 + 3}{x - 5} = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2e^x}{5e^x - 3} = \dots\dots\dots$$

13) Domaine de définition

$$a(x) = \frac{-2}{\ln x} \quad D_a = \dots\dots\dots$$

$$b(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{x-5} \quad D_b = \dots\dots\dots$$

$$c(x) = \ln(4-x^2) \quad D_c = \dots\dots\dots$$

$$d(x) = \frac{-3 + 5e^{2x}}{2e^{5x} - 1} \quad D_d = \dots\dots\dots$$

14) Dérivées (pas besoin de rechercher l'ensemble de définition dans cette question).

$$a(x) = (4x+3)e^{2x} \quad a'(x) = \dots\dots\dots$$

$$b(x) = \frac{2 + \ln x}{x^2} \quad b'(x) = \dots\dots\dots$$

$$c(x) = \ln(x^5 + 3x) \quad c'(x) = \dots\dots\dots$$

$$d(x) = (4x^2 + 2)^3 \quad d'(x) = \dots\dots\dots$$

$$e(x) = e^{\sqrt{x}} + \cos\left(\frac{1}{x}\right) \quad e'(x) = \dots\dots\dots$$

15) Primitives

a) Déterminer une primitive des fonctions définies par :

$$f(x) = 2x^5 + e^{-3x} + \frac{2}{x} \quad F(x) = \dots\dots\dots$$

$$g(x) = \cos(4x+3) + \sqrt{x} \quad G(x) = \dots\dots\dots$$

$$h(x) = \frac{3x^2 - 2}{(x^3 - 2x + 4)^2} \quad H(x) = \dots\dots\dots$$

b) Calculer la valeur exacte des intégrales

$$I = \int_1^2 2x^3 - \frac{1}{x^2} dx = \dots\dots\dots$$

$$J = \int_1^3 \frac{1}{x+3} dx = \dots\dots\dots$$

16) Définitions/Théorèmes

a) Énoncer la formule des probabilités totales :

b) Donner la définition d'une fonction convexe et citer 2 fonctions usuelles convexes :