

## PROGRAMME DE COLLES n°15

---

### VARIABLES ALÉATOIRES DISCRÈTES

- Définitions : variable aléatoire, support, fonction de répartition. Evénements  $[X \leq x]$  et  $[X = x]$  pour  $x \in \mathbb{R}$ .
- Variable aléatoire discrète
  - Loi d'une variable aléatoire discrète.
  - Système complet associé à une variable aléatoire discrète.
  - Fonction de répartition : lien avec la loi d'une variable aléatoire discrète, caractérisation de la loi.
  - Transformation d'une variable aléatoire discrète.
  - Espérance. Linéarité. Croissance. Existence par domination. Théorème de transfert.
  - Moments d'ordre  $r$ . Existence de moments d'ordre inférieur.
  - Variance. Propriétés. Formule de Kœnig-Huygens.
  - Variable aléatoire centrée réduite associée.
- Lois discrètes usuelles. Pour chacune de ces lois, il faut connaître son espérance, sa variance ainsi que sa situation caractéristique.
  - Loi géométrique. Absence de mémoire de la loi géométrique.
  - Loi de Poisson.

### COMPLÉMENTS SUR LES ESPACES VECTORIELS

- Espaces vectoriels de dimension finie :
  - Définition.
  - Extraction de base d'une famille génératrice finie.
  - Toutes les bases d'un espace vectoriel de dimension finie ont le même nombre de vecteurs.
  - Théorème de la base incomplète. Cardinal d'une famille libre et d'une famille liée en dimension finie.
  - Dimension d'un sous-espace vectoriel. Vocabulaire : droites vectorielles, plans vectoriels, hyperplans vectoriels.
  - Rang d'une famille de vecteurs. Propriétés.
- Somme de sous-espaces vectoriels :
  - Somme de deux sous-espaces vectoriels. Définition. Propriétés. Somme directe.
  - Caractérisation de sommes directes par concaténation des bases.
  - Somme directe de deux sous-espaces vectoriels en dimension finie. La formule de Grassmann est hors-programme.
  - Sous-espaces supplémentaires. Existence et caractérisation en dimension finie.