

PROGRAMME DE COLLES n°7

GENERALITES SUR LES FONCTIONS REELLES

- Définition d'une fonction. Courbe représentative.
- Propriétés des fonctions :
 - Parité, imparité.
 - Périodicité.
 - Fonctions majorées, minorées, bornées.
 - Sens de variation. Composée de fonctions monotones.
- Il faut connaître les principales propriétés (parité, monotonie, limites, graphique) des fonctions usuelles suivantes : valeur absolue, puissance entière, polynôme, racine, partie entière, logarithme népérien, exponentielle, puissance à exposant réel, sinus, cosinus, tangente, arctangente.
- Formules de trigonométrie en particulier les formules d'addition ($\cos(x \pm y)$ et $\sin(x \pm y)$).

LIMITES ET CONTINUITE

- Intervalles de $\mathbb{R}$:
 - Ouverts et fermés de $\mathbb{R}$. Segment.
 - Voisinage d'un point. Propriété locale. Voisinage à gauche et à droite d'un point.
 - Voisinage de $\pm\infty$. Propriété locale.
- Limites :
 - Limite finie ou infinie en un point. Limite à gauche et à droite en un point. Limite finie ou infinie en $\pm\infty$.
 - Unicité de la limite.
 - Opérations sur les limites. Composition des limites.
 - Théorème de prolongement des inégalités. Théorème d'encadrement. Théorème de comparaison.
 - Limites des fonctions monotones.
- Limites usuelles :
 - Limite d'un polynôme ou d'une fonction rationnelle.
 - Croissances comparées.
 - Limites usuelles venant de taux d'accroissement. Si $\alpha \in \mathbb{R}^*$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}.$$

- Asymptotes : asymptote verticale, asymptote horizontale, asymptote oblique.
- Continuité en un point, continuité à gauche (et à droite) en un point. Lien entre la continuité en un point et continuité à gauche et à droite en un point.
- Continuité sur un intervalle. Prolongement par continuité.
- Continuité des fonctions usuelles.
- Opérations sur les fonction continues. Composée.
- Applications de la notion de continuité :
 - Théorème des valeurs intermédiaires.
 - Théorème des bornes.
 - Théorème de la bijection monotone. Propriétés de la bijection réciproque.
 - Limite d'une suite récurrente. Point fixe d'une fonction.