

# PROGRAMME DE COLLES n°8

---

## LIMITES ET CONTINUITÉ

- Intervalles de  $\mathbb{R}$  :
  - Ouverts et fermés de  $\mathbb{R}$ . Segment.
  - Voisinage d'un point. Propriété locale. Voisinage à gauche et à droite d'un point.
  - Voisinage de  $\pm\infty$ . Propriété locale.
- Limites :
  - Limite finie ou infinie en un point. Limite à gauche et à droite en un point. Limite finie ou infinie en  $\pm\infty$ .
  - Unicité de la limite.
  - Opérations sur les limites. Composition des limites.
  - Théorème de prolongement des inégalités. Théorème d'encadrement. Théorème de comparaison.
  - Limites des fonctions monotones.
- Limites usuelles :
  - Limite d'un polynôme ou d'une fonction rationnelle.
  - Croissances comparées.
  - Limites usuelles venant de taux d'accroissement. Si  $\alpha \in \mathbb{R}^*$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}.$$

- Asymptotes : asymptote verticale, asymptote horizontale, asymptote oblique.
- Continuité en un point, continuité à gauche (et à droite) en un point. Lien entre la continuité en un point et continuité à gauche et à droite en un point.
- Continuité sur un intervalle. Prolongement par continuité.
- Continuité des fonctions usuelles.
- Opérations sur les fonction continues. Composée.
- Applications de la notion de continuité :
  - Théorème des valeurs intermédiaires.
  - Théorème des bornes.
  - Théorème de la bijection monotone. Propriétés de la bijection réciproque.
  - Limite d'une suite récurrente. Point fixe d'une fonction.

## DERIVABILITÉ

- Propriétés en un point :
  - Taux d'accroissement.
  - Dérivabilité en un point, dérivabilité à gauche (et à droite) en un point. Lien entre la dérivabilité en un point et dérivabilité à gauche et à droite en un point.
  - Corde. Equation de la tangente en un point. Demi-tangente en un point. Tangente verticale en un point.
- Propriétés sur un intervalle
  - Dérivabilité sur un intervalle.
  - Fonction dérivée.
  - Fonction de classe  $C^1$ .
  - Dérivabilité des fonctions usuelles.
  - Classe  $C^1 \Rightarrow$  dérivable  $\Rightarrow$  continue.
  - Opérations sur les dérivées. Composée de dérivées.
  - Dérivabilité d'une bijection réciproque.
- Dérivées des fonctions usuelles
- Applications de la notion de dérivabilité :
  - Condition nécessaire d'extremum local. Définition d'un extremum.
  - Théorème de Rolle.
  - Théorème des accroissements finis. Inégalité des accroissements finis. Application aux suites récurrentes.
  - Lien entre dérivée et monotonie (voire stricte monotonie).