

NOM :

Prénom :

Devoir de rentrée

(calculatrice interdite)

Compléter les et les blancs laissés sur la feuille (aucune justification n'est demandée)

1) Calculs

$(10^3)^4 \times 0,001 = 10^{\dots}$

$\frac{2^a \times 9^b}{8^c \times 6^d} = 2^{\dots} \times 3^{\dots}$

$3^n + 3^n + 3^n = 3^{\dots}$

$\frac{36}{2\sqrt{2}} = \dots\sqrt{2}$

$\sqrt{169} + \sqrt{48} - \sqrt{12} = \dots + \dots\sqrt{3}$

$\frac{10}{25} + \frac{42}{30} = \dots$ (fraction irréductible)

$\left(\frac{2x+7}{4x-2} - \frac{x+3}{2x-1}\right) \div \frac{x}{6x-3} = \dots$

$\ln\left(\frac{a^3}{b^2}\right) = \dots\ln(a) \dots\ln(b)$

$x \in [3;15] \Leftrightarrow |x - \dots| \leq \dots$

$||x+2|-3|=1 \Leftrightarrow x = \dots$

2) Valeurs numériques

Valeurs exactes : $e^{5\ln 2} = \dots$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \dots$

$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \dots$

$\binom{10}{9} = \dots$

$\binom{6}{2} = \dots$

$8^0 = \dots$

Valeurs approchées à 0,1 près : $e \approx \dots$

$\ln 2 \approx \dots$

$\sqrt{2} \approx \dots$

$\frac{13}{9} \approx \dots$

3) Formules remarquables : $(a,b,x) \in \mathbb{R}^3$ $(n,p) \in \mathbb{N}^2$

$(4-x)^2 = \dots$

Si $x \neq 1$, $1+x+x^2+\dots+x^n = \dots$

$(a+b)^3 = \dots$

Si $x = 1$, $1+x+x^2+\dots+x^n = \dots$

$a^3 - b^3 = (a-b)(\dots)$

$\binom{n+1}{p+1} = \binom{\dots}{\dots} + \binom{\dots}{\dots}$

$\cos(a+b) = \dots$

4) Polynômes

$x^2 - 5x + 6 > 0 \Leftrightarrow \dots$

Factoriser : $2x^2 - 5x - 3 = \dots$

Compléter : $(6x^3 - 10x^2 + 11x + 5) = (3x+1)(\dots)$

5) Inégalités Soit $(a,b,c,d) \in \mathbb{R}^4$ tels que $a < b$ et $0 < c < d$

Entourer les affirmations forcément exactes et barrer les affirmations potentiellement fausses

$a - c < b - d$

$a^3 < b^3$

$\ln c < \ln d$

$\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$

$\cos c < \cos d$

$ac < bd$

6) Système

Le système $\begin{cases} 2x + y + 3z = 13 \\ x - 2y + 4z = 9 \\ 4x + 5y - 3z = 11 \end{cases}$ a pour solution

7) Dénombrement/Probabilités

a) Dans une classe de 38 élèves, 20 étudient l'allemand et 12 étudient l'espagnol dont 5 qui font de l'allemand et de l'espagnol. Combien d'élèves n'étudient ni l'allemand ni l'espagnol ?

b) On lance 3 fois de suite un dé à 6 faces non truqué. Calculer la probabilité d'obtenir :

3 fois le n°6 : Au moins une fois un 6 : exactement une fois le n°6 :

c) On tire successivement et sans remise 2 cartes dans un jeu de 32 cartes.

i) La probabilité de tirer 2 piques est

ii) Sachant que la première carte est le roi de trèfle, la probabilité de tirer 2 cartes noires est

8) Variables aléatoires

a) La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau ci-contre

x_i	0	2	3	4	6
$P(X=x_i)$	0,1	0,3	0,2	0,3	

Compléter le tableau et calculer $E(X) = \dots\dots\dots$ et $V(X) = \dots\dots\dots$

Calculer $P_{X < 4}(X = 2) = \dots\dots\dots$ et $P_{X \geq 2}(X < 5) = \dots\dots\dots$

b) On lance 80 fois de suite dans des conditions identiques une pièce non truquée. On note Y le nombre de piles obtenus. La loi de Y est

$P(Y = 10) = \dots\dots\dots$ $E(Y) = \dots\dots\dots$ $\sigma(Y) = \dots\dots\dots$

9) Suites

a) Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ une suite géométrique de raison 2 telle que $u_4 = 3$ alors $u_{11} = \dots\dots\dots$

b) Soit $(v_n)_{n \geq 0}$ une suite arithmétique telle que $v_2 = 12$ et $v_7 = 19$. La raison de la suite est et $v_0 = \dots\dots\dots$

c) Soit $(g_n)_{n \geq 0}$ une suite géométrique de raison $q \in \mathbb{R}$. Alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} g_n = 0 \Leftrightarrow q \in \dots\dots\dots$

d) Barrer les affirmations potentiellement fausses et entourer les affirmations exactes :

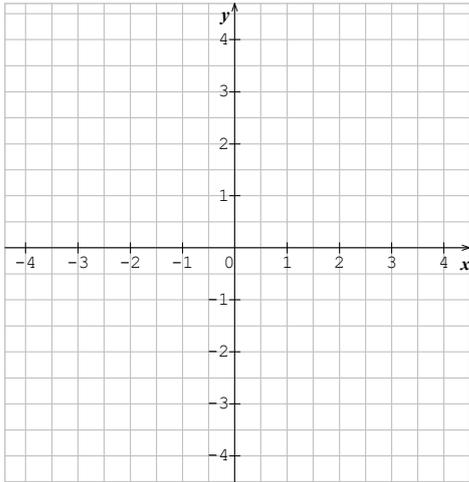
Si $(u_n)_{n \geq 0}$ n'est pas majorée, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ Si $(u_n)_{n \geq 0}$ est croissante et majorée, alors elle converge

Si $(u_n)_{n \geq 0}$ est monotone alors elle a une limite (finie ou infinie) Si $(u_n)_{n \geq 0}$ est positive et décroissante alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$

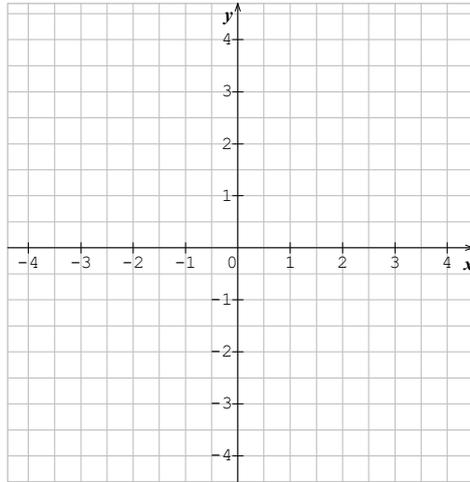
10) Récurrence : On définit une suite par $u_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + 2n + 2$. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = n^2 + n + 3$

11) Représentation graphiques : Donner l'allure des représentations graphiques des fonctions suivantes

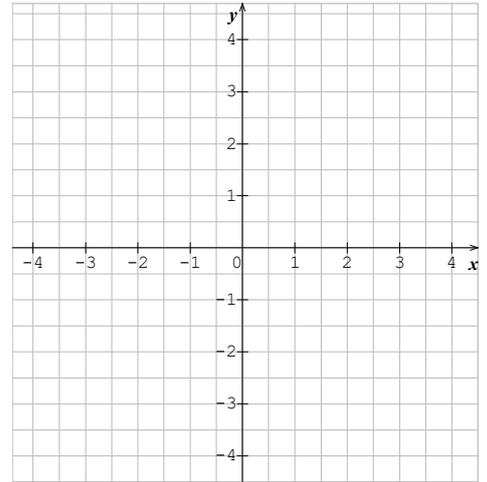
$a : x \mapsto (x+2)^2$



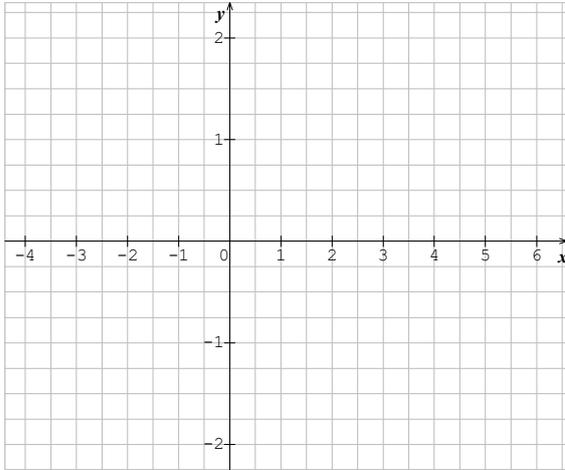
$b : x \mapsto \frac{1}{x+1} + 2$



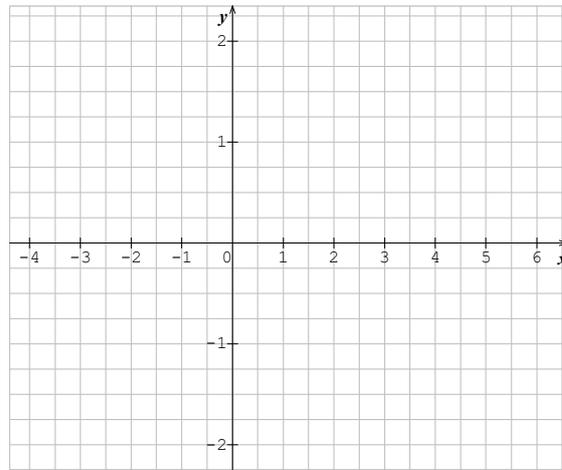
$c : x \mapsto \sqrt{x} - 1$



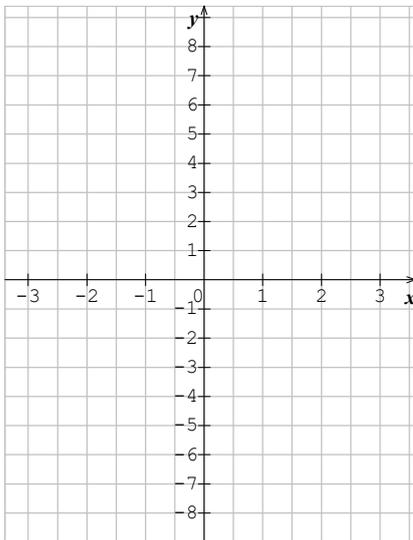
$d : x \mapsto \sin x$



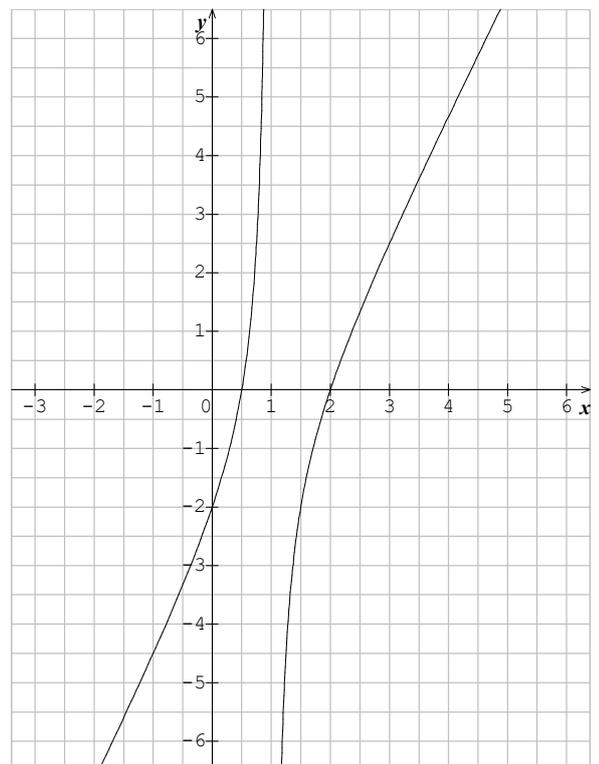
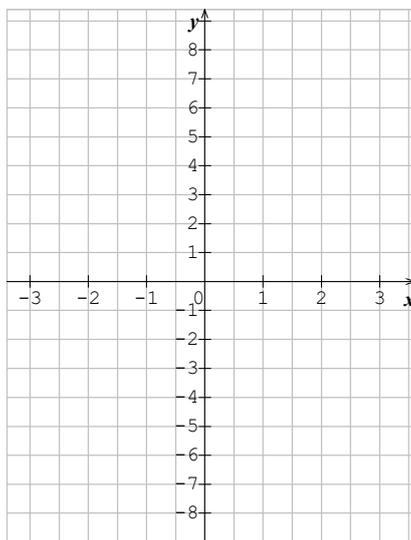
$e : x \mapsto -\ln x$



$g : x \mapsto e^{-x}$



$h : x \mapsto x^3$



On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f

L'ensemble de définition de f semble être $D_f = \dots\dots\dots$

Les deux asymptotes à la courbe représentative ont pour équations
 et

Donner une valeur approchée $\int_2^4 f(x)dx \approx$

12) Limites

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 4e^x - 1 + \frac{3}{x} = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} e^x + 2 \ln x - 4 = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} - 2 \right) \ln x = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{e^x} = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\sin x}}{\sqrt{x}} = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - x + 4}{4x - 12} = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x^2 - x + 4}{4x - 12} = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - e^{3x}}{2e^{3x} - 10} = \dots\dots\dots$$

13) Domaine de définition

$$a(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \quad D_a = \dots\dots\dots$$

$$b(x) = \frac{\ln(x+3)}{x+1} \quad D_b = \dots\dots\dots$$

$$c(x) = \ln|x^2 - 1| \quad D_c = \dots\dots\dots$$

$$d(x) = \frac{3 + 4e^{2x}}{5e^{3x} - 2} \quad D_d = \dots\dots\dots$$

14) Dérivées (pas besoin de rechercher l'ensemble de définition dans cette question).

$$a(x) = x^2 e^{4x} \quad a'(x) = \dots\dots\dots$$

$$b(x) = \frac{\ln x}{x} \quad b'(x) = \dots\dots\dots$$

$$c(x) = \ln(4\sqrt{x} + 1) \quad c'(x) = \dots\dots\dots$$

$$d(x) = e^{3x^2} + \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad d'(x) = \dots\dots\dots$$

15) Primitives

a) Déterminer une primitive sur $]0; +\infty[$ des fonctions définies par :

$$f(x) = 3x^5 + e^{2x} + \frac{1}{x} \quad F(x) = \dots\dots\dots$$

$$g(x) = \frac{2x+3}{x^2+3x} \quad G(x) = \dots\dots\dots$$

$$h(x) = \frac{6x^2 + 4}{(x^3 + 2x + 1)^2} \quad H(x) = \dots\dots\dots$$

b) Calculer la valeur exacte des intégrales

$$I = \int_1^2 2x^3 - \frac{3}{x^2} dx = \dots\dots\dots$$

$$J = \int_1^3 \frac{3}{x+4} dx = \dots\dots\dots$$

16) Définitions/Théorèmes

a) Énoncer la formule des probabilités totales :

b) Donner la définition d'une fonction dérivable en un point et citer une fonction usuelle qui n'est pas dérivable en tout point de son ensemble de définition

c) Donner la définition d'une fonction convexe et citer 2 fonctions usuelles convexes :